



Рубцов Алексей Николаевич

Профессор РАН

доктор физико-математических наук

Профессор кафедры квантовой электроники физического факультета МГУ

<https://phys.msu.ru/rus/about/staff/index.php?ID=1107>

http://prof-ras.ru/index.php?option=com_k2&view=item&id=521:&Itemid=103

Вопрос для 8-9 классов:

На Луне построили крытый стадион с земным воздухом. На стадионе есть беговая дорожка 30 м. Вася Пятеркин на Земле выполнил норму третьего разряда на этой дистанции (4.2 секунды, высокий старт), но на Луне у него не получилось быстрее 8 секунд. Почему?



Ответ:

Дано:

$$t_3 = 4,2 \text{ с}$$

$$g_3 = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$g_l = 1,6 \text{ м/с}^2$$

$$l = 30 \text{ м}$$

Почему $t_l \geq 8 \text{ с}$ - ?

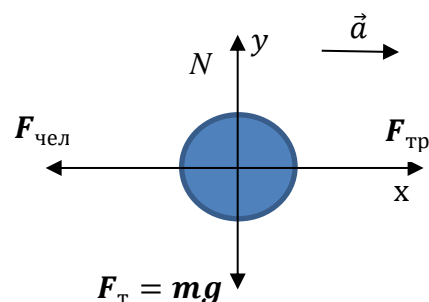


Рисунок: распределение сил при беге

Если человек идет по ровному месту сила трения направлена по направлению скорости человека, а не в противоположную. Когда человек, делая шаг, отталкивается ногой от поверхности, подошва ботинка «стремится» двигаться назад, в сторону, противоположную движению человека. А сила трения, действующая со стороны земли на подошву, направлена против движения подошвы, как раз по направлению движения. Движение подошвы относительно поверхности играет главную роль – против него и действует сила трения. (Дозоров А. Куда направлена сила трения // Журнал «Квант». 1978 г. Выпуск №5. Ссылка на статью: http://kvant.mcsme.ru/1978/05/kuda_napravlena_sila_treniya.htm).

Введем систему координат: ось x направим горизонтально по направлению движения Васи, а ось y – вертикально вверх. Распишем силы по осям по второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} N - mg = 0 \\ F_{\text{тр}} - F_{\text{чел}} = ma \end{cases}$$

т.к. сила реакции опоры $N = mg$, а сила трения $F_{\text{тр}} = N\mu$, получаем $F_{\text{тр}} = \mu mg$, где μ – коэффициент трения ботинок и дорожки.

Следовательно

$$F_{\text{чел}} = F_{\text{тр}} - ma = \mu mg - ma = m(\mu g - a).$$

Так как сила мышц Васи одинаковая и на Земле, и на Луне, то:

$$\begin{aligned} m(\mu g_3 - a_3) &= m(\mu g_l - a_l), \\ \mu(g_3 - g_l) &= a_3 - a_l, \quad (1) \end{aligned}$$

где g_3 – ускорение свободного падения на Земле, g_l – ускорение свободного падения на Луне, a_3 – ускорение бегуна на Земле, a_l – ускорение бегуна на Луне.

Максимальное ускорение бегуна a определяется по следующей формуле:

$$\begin{aligned} a &= \frac{2l}{t^2} \\ a_3 &= \frac{2l}{t_3^2} \text{ и } a_l = \frac{2l}{t_l^2} \quad (2) \end{aligned}$$

где l – длина беговой дорожки, одинаковая как на Земле так и на Луне.

Заменим в (1) ускорения бегуна на (2) и выразим время на Луне.

$$\begin{aligned} \mu(g_3 - g_l) &= \frac{2l}{t_3^2} - \frac{2l}{t_l^2} \\ \frac{\mu(g_3 - g_l)}{2l} &= \frac{1}{t_3^2} - \frac{1}{t_l^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_l^2} &= \frac{1}{t_3^2} - \frac{\mu(g_3 - g_l)}{2l} \\ t_l &= \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{t_3^2} - \frac{\mu(g_3 - g_l)}{2l}}} \end{aligned}$$

Теперь определим крайнее значение μ . Так как $F_{\text{тр}} \leq F_{\text{чел}}$ следовательно крайнее значение достигается при условии, что $F_{\text{тр}} = F_{\text{чел}}$, $\mu mg = ma$

$$\mu = \frac{a}{g} = \frac{2S}{t^2 g} = \frac{2 * 30}{4,2^2 * 9,8} = 0,3.$$

Подставляем значение μ в t_L :

$$t_L = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{t_3^2} - \frac{\mu(g_3 - g_L)}{2l}}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4,2^2} - \frac{0,3(9,8 - 1,6)}{2 * 30}}} = \sqrt{64} \approx 8 \text{ с}$$

Ответ: У Васи не получится пробежать быстрее 8 секунд, т.к. сила трения на Луне значительно слабее чем на Земле, что замедляет движение Васи.

Комментарий: При низком старте бегун вначале придает центру масс вертикальное ускорение, что увеличивает давление на дорожку и позволяет на первых метрах разгона ускоряться быстрее указанного предела.