



Трубецков Дмитрий Иванович
Член-корреспондент РАН
доктор физико-математических наук
Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн
Саратовского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского
<https://www.sgu.ru/person/trubeckov-dmitriy-ivanovich>
https://ru.wikipedia.org/wiki/Трубецков_Дмитрий_Иванович

Вопрос для 8-9 классов:

Почему так неприятно пищит комар (с физической точки зрения)?



Александр Пушкин

Ох, лето красное! любил бы я тебя...

Ох, лето красное! любил бы я тебя,
Когда б не зной, да пыль, да комары, да мухи.
Ты, все душевные способности губя,
Нас мучишь; как поля, мы страждем от засухи;
Лишь как бы напоить да освежить себя —
Иной в нас мысли нет, и жаль зимы старухи,
И, проведив ее блинами и вином,
Поминки ей творим мороженым и льдом.1833



Ответ:

Человеческое ухо способно воспринимать частоты от нескольких сотен до нескольких тысяч герц. Большая доля звуков, производимых человеком, имеет те же частоты. Высокочастотные тоны являются наиболее неблагоприятными для слуха. Эти звуки кажутся неприятными из-за формы человеческого уха, которое позволяет высокочастотным звукам легко доходить до улитки внутреннего уха.

Комар имеет маленькие размеры, а крылья у него тонкие и узкие, поэтому его полет рождает звуки высокой тональности, которые мы воспринимаем как писк. Естественно предполагать, что звук возникает от периодического взмахивания крылышек комара. Грубая модель: взмахиванием крылышек создается также изменение импульса воздуха в единицу времени, которое обеспечивает компенсацию действующей на комара силы тяжести: $\frac{\Delta P}{\Delta t} = mg$. (за время движения крылышек площадью S со скоростью v отбрасывается вниз масса воздуха $\Delta m = \rho_B \cdot v \cdot \Delta t \cdot S$.)

Этой массе сообщается импульс: $\Delta p = \Delta m \cdot v = \rho_B \cdot v^2 \cdot \Delta t \cdot S$

Тогда создается сила F , действующую на крыло вверх: $F \sim \frac{\Delta p}{\Delta t} \sim \rho_B \cdot v^2 \cdot S$,

где ρ_B – плотность воздуха.

Пусть характерный размер комара – его длина l – 4 мм. Если считать, что длина комара того же размера, что и его крылья, то $S \sim l^2$, а объем разумно оценить как $\frac{1}{10} l^3$, так как поперечные размеры комара без крылышек заметно меньше его длины. Пусть плотность комара равна плотности ρ_B . Если частота взмахов крылышек ν , то скорость крыла $v \sim l\nu$. Из условия равновесия комара $F \sim \rho_B \cdot v^2 \cdot l^2 \sim \rho_B \cdot \nu^2 \cdot l^4 = mg \sim \rho_{\text{вод}} \frac{1}{10} l^3 g$ имеем

$$\nu_{\text{звука}} \sim \nu \sim \left(\frac{\rho_{\text{вод}} g}{\rho_B l} \right)^{1/2} \sim 400 \text{ Гц.}$$

Из формулы следует, что $\nu_{\text{звука}} \sim \frac{1}{\sqrt{l}}$, т.е. чем крупнее насекомое, тем ниже издаваемый им звук.

Решить задачу можно методом размерности.

$$\begin{aligned} v &= f(g, m, S, \rho) \\ v &= C(gm)^\alpha S^\beta \rho^\gamma \end{aligned}$$

	ν	gm	S	ρ
L	0	1	2	-3
M	0	1	0	1
T	-1	-2	0	0

$$T^{-1} = L^{2\beta - 3\gamma + \alpha} M^{\alpha + \gamma} T^{-2\alpha}$$

$$2\beta - 3\gamma + \alpha = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2}, \gamma = -\frac{1}{2}, \beta = -1$$

$$v = C \left(\frac{mg}{\rho} \right)^{1/2} \frac{1}{S}$$